COURS 1 : cinématique analytique

Vecteur vitesse

En mécanique du point, on considère un point P tout seul en mouvement par rapport à un repère R, et le mouvement est rarement noté. Quand il l'est, il est usuel de le rencontrer sous la forme P/R.
En mécanique du solide indéformable, il est indispensable d'avoir une notation qui soit sans ambiguïté. Le vecteur vitesse dépend de trois variables : le temps, le point considéré et le mouvement étudié. Une notation $\vec{V}(t, P, 2/1)$ semble alors pertinente, mais comme le temps est le même pour tous les observateurs, la variable t n'est habituellement pas explicitée.

Notation

En mécanique du solide indéformable, le vecteur vitesse est noté $\vec{V}(P, 2/1)$ et se lit « vecteur vitesse du point P dans le mouvement de 2 par rapport à 1 ».

Définition

On appelle **vecteur vitesse** du point P dans le mouvement 2/1 le vecteur dérivé par rapport au temps d'un vecteur position de ce point P dans la base d'observation.

$$\vec{V}(P, 2/1) = \left[\frac{d\overrightarrow{IP}}{dt}\right]_1 \quad (1)$$

Il est à noter que la base de dérivation est obligatoirement liée à l'objet de référence. Réciproquement, une expression du style $\left[d\overrightarrow{KP}/dt\right]_3$ peut être interprétée comme un vecteur vitesse si le point K est un point immobile dans l'espace 3.

Exemple

Soit un point P tournant autour d'un axe Δ. L'angle θ est défini par la rotation d'une base 2 par rapport à une base 1. Ces deux bases ont comme vecteur commun $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$. Soit I un point fixe dans 1 de telle sorte que l'on puisse poser comme vecteur position $\overrightarrow{IP} = \rho\vec{x}_2$. Le rayon ρ est supposé constant au cours du temps.

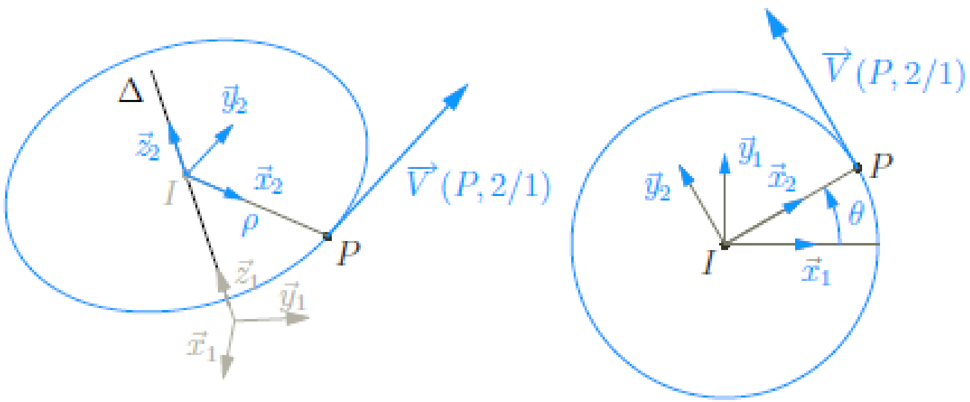


Figure 3.4 Le vecteur vitesse pour un point P en rotation autour d'un axe Δ.

Champ des vecteurs vitesses

Soient deux objets, ou deux solides, ou deux repères, ou deux espaces affines en mouvement relatif.

Définition

On appelle champ des vecteurs vitesses l'application qui à chaque point de l'espace associe le vecteur vitesse correspondant au mouvement considéré.

$$\mathcal{E} \longrightarrow E$$
$$P \longmapsto \overrightarrow{V}(P,2/1)$$

Équiprojectivité du champ des vecteurs vitesses

Comme un solide indéformable est un ensemble de points deux à deux équidistants au cours du temps, la distance entre deux points quelconques de ce solide ne varie pas au cours du temps, donc la dérivée temporelle de cette distance est nulle.

Soit un solide 2 en mouvement par rapport à un solide 1. Soient deux points A et B du solide 2. Vue depuis le solide 1, la distance au carré $\overrightarrow{AB}^2$ est constante au cours du temps, ce qui se traduit par l'implication

$$\forall t, \overrightarrow{AB}^2 = cste \quad \Longrightarrow \quad \overrightarrow{AB}.\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_1 = 0 \tag{5}$$

Pour pouvoir interpréter cette dernière équation, il suffit de considérer un point I fixe dans 1 et de poser $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IA}$ pour retrouver la définition d'un vecteur vitesse. On obtient ainsi

$$\overrightarrow{V}(B,2/1).\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{V}(A,2/1).\overrightarrow{AB} \tag{6}$$

Cette équation a une interprétation graphique remarquable : les projections orthogonales des vecteurs vitesses $\overrightarrow{V}(A,2/1)$ et $\overrightarrow{V}(B,2/1)$ sur la direction $\overrightarrow{AB}$ sont égales. En s'appuyant sur l'exemple donné figure (3.5.2), l'égalité des projections orthogonales se traduit par l'égalité des valeurs algébriques $\overline{AH_A} = \overline{BH_B}$.

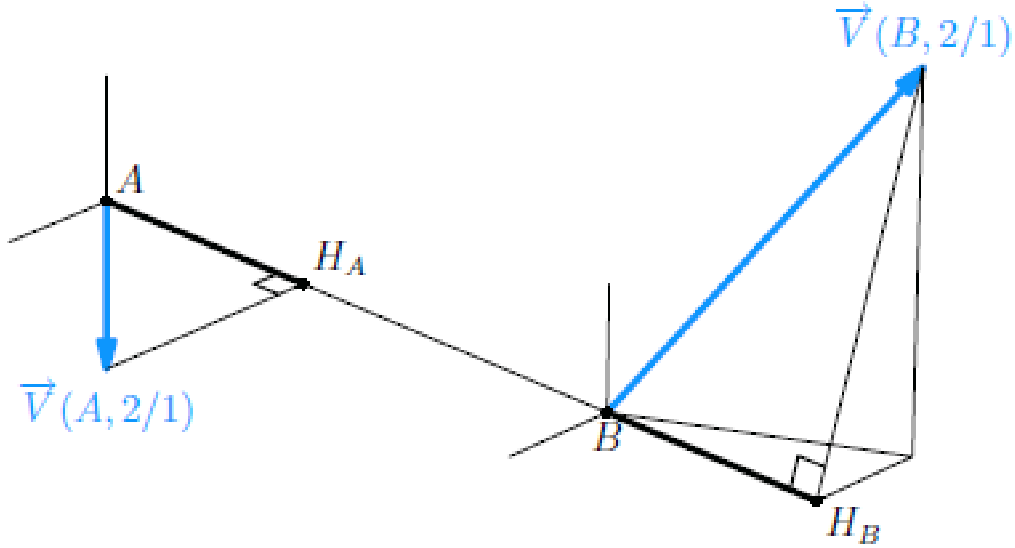


Figure 3.8 Équiprojectivité du champ des vecteurs vitesses lors du mouvement d'un solide indéformable.

Propriété fondamentale

Le champ des vecteurs vitesses du mouvement d'un solide indéformable par rapport à un repère est un champ de vecteurs équiprojectif.

Cette propriété se traduit par la proposition vectorielle

$$\forall i/k, \forall A \text{ et } \forall B,\ \vec{V}(B,i/k).\overrightarrow{AB} = \vec{V}(A,i/k).\overrightarrow{AB} \tag{7}$$

Changement de point - le vecteur rotation

La dérivée temporelle d'un vecteur de norme constante apparaît dans l'équation 5. Il a été vu au chapitre précédent l'existence d'un vecteur rotation $\vec{\Omega}(2/1)$ avec lequel la dérivée temporelle s'exprime par

$$\left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_1 = \vec{\Omega}(2/1) \wedge \overrightarrow{AB} \tag{8}$$

Notation

Pour un mouvement i/k, le torseur cinématique est noté simplement $\mathcal{V}(i/k)$, la lettre $\mathcal{V}$ est choisie par référence au mot vitesse.

Les éléments de réduction de ce torseur en un point P sont respectivement

- $\vec{\Omega}(2/1)$ le vecteur rotation ;
- $\vec{V}(P,2/1)$ le vecteur vitesse calculé au point P.

Le champ des vecteurs vitesses se construit entièrement à partir des éléments de réduction du torseur

$$\mathcal{V}(2/1) = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}(2/1) \\ \overrightarrow{V}(P,2/1) \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \mathcal{V}(2/1) = {}_{P}\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}(2/1) \\ \overrightarrow{V}(P,2/1) \end{array} \right. \tag{11}$$

Le point de calcul P à la gauche de l'accolade est redondant dans l'écriture de droite. Mais un point à cet endroit est indispensable lorsque les éléments de réduction ne sont pas nommés. Le mécanicien débutant a intérêt à le mettre systématiquement, car un oubli est préjudiciable.
Supposons l'existence d'un point C de vecteur vitesse nul dans un mouvement 4/3. La notation suivante est correcte, complète et efficace.

$$\mathcal{V}(4/3) = {}_{C}\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}(4/3) \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right. \tag{12}$$

Le vecteur vitesse nul donné concerne le calcul au point C, soit $\overrightarrow{V}(C,4/3)$.

Composition des mouvements

Le sportif de haut niveau sait ce que veut dire *décomposer* un mouvement. Une gestuelle compliquée est décrite par une succession de mouvements élémentaires, ces mouvements pouvant être travaillés et répétés indépendamment les uns des autres. Une fois maîtrisés individuellement, ils sont enchaînés pour obtenir la performance souhaitée.

Définition

On appelle **composition des mouvements** l'activité qui consiste à les enchaîner.

Soient i, j et k trois objets en mouvements relatifs. Le mouvement i/k est le résultat de la composition des mouvements i/j et j/k.

Les outils vectoriels de description des mouvements étant en place, la suite de ce chapitre s'attache à mettre en place les relations mathématiques qui en découlent.

Composition des vecteurs vitesses

Soient trois points A, B et C respectivement immobiles sur trois solides 1, 2 et 3. Soit par exemple le point C que l'on suit dans les mouvements $3/1$ et $3/2$, ce qui est assez facile à concevoir. La définition d'un vecteur vitesse permet d'écrire

$$\overrightarrow{V}(C,3/1) = \left[\frac{d\overrightarrow{AC}}{dt}\right]_1 \quad \overrightarrow{V}(C,3/2) = \left[\frac{d\overrightarrow{BC}}{dt}\right]_2 \tag{13}$$

Il est tentant de chercher à lier ces deux vecteurs vitesses, en décomposant $\overrightarrow{AC}$ en $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ par exemple. On obtient ainsi

$$\vec{V}(C,3/1) = \left[\frac{d\overrightarrow{AC}}{dt}\right]_1 = \left[\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_1 + \left[\frac{d\overrightarrow{BC}}{dt}\right]_1 \tag{14}$$

Le premier terme $\left[d\overrightarrow{AB}/dt\right]_1$ définit le vecteur vitesse $\vec{V}(B,2/1)$.

Le deuxième terme $\left[d\overrightarrow{BC}/dt\right]_1$ n'est pas un vecteur vitesse. Il est nécessaire de changer de base de dérivation pour que le point B y soit fixe

$$\left[\frac{d\overrightarrow{BC}}{dt}\right]_1 = \left[\frac{d\overrightarrow{BC}}{dt}\right]_2 + \vec{\Omega}(2/1) \wedge \overrightarrow{BC} \tag{15}$$

En reconnaissant dans cette expression le vecteur vitesse $\vec{V}(C,3/2)$, on obtient

$$\vec{V}(C,3/1) = \vec{V}(C,3/2) + \vec{V}(B,2/1) + \vec{\Omega}(2/1) \wedge \overrightarrow{BC} \tag{16}$$

d'où finalement, en reconnaissant la formule de changement de point sur le mouvement $2/1$.

$$\vec{V}(C,3/1) = \vec{V}(C,3/2) + \vec{V}(C,2/1) \tag{17}$$

Alors que considérer le point C immobile dans 3 est évident, car il a été défini comme cela, la composition des vecteurs vitesses montre qu'il faut savoir changer de point de vue et imaginer le mouvement du point coïncidant attaché au solide 2.

Définition

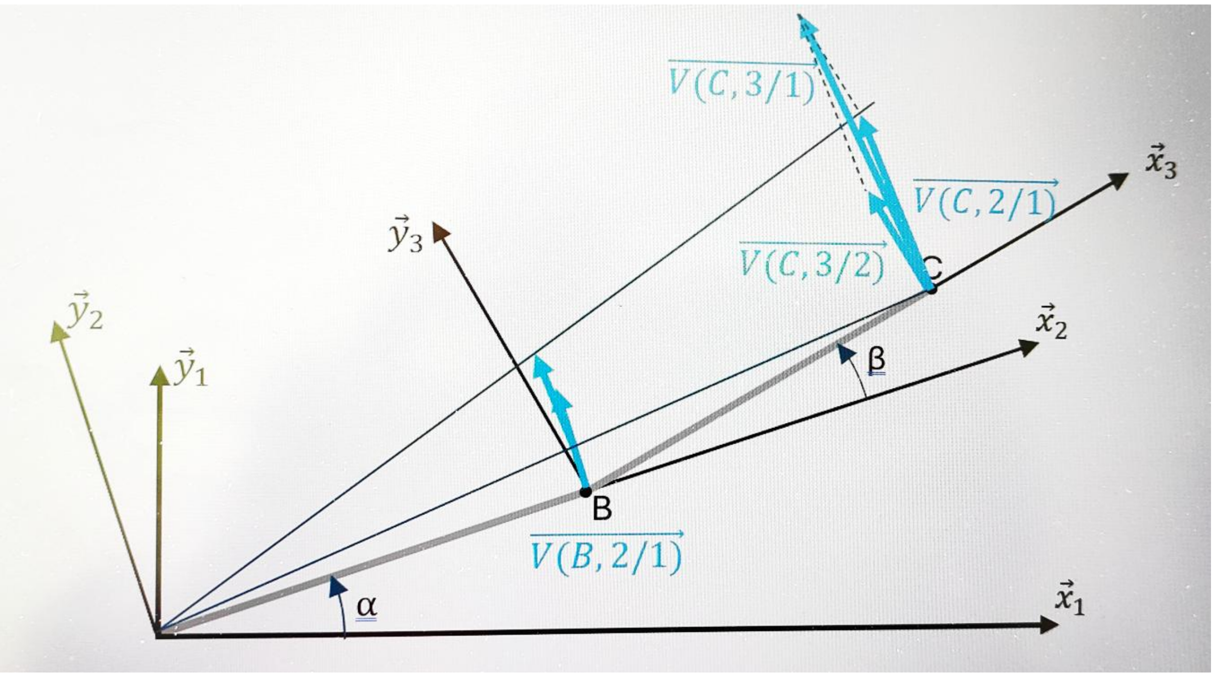
On appelle **composition des vecteurs vitesses** la relation entre les vecteurs vitesses calculés en un point concernant trois mouvements qui se composent.

$$\forall\, i,\ j \text{ et } k \text{ solides},\ \forall P,\ \vec{V}(P,i/k) = \vec{V}(P,i/j) + \vec{V}(P,j/k) \tag{18}$$

Exemple

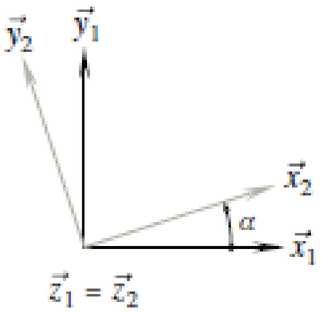
Soit un bras de robot comportant trois solides :

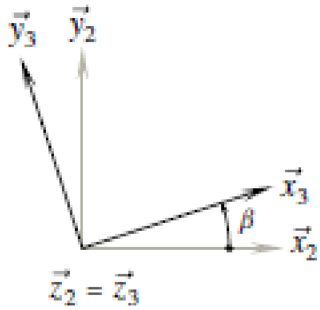
- un bâti 1 auquel on attache un repère $(A,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$;
- un bras 2 en mouvement de rotation par rapport à 1 autour de l'axe $(A,\vec{z}_1)$. On lui associe un repère $(A,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$, avec le vecteur $\vec{z}_2$ confondu à chaque instant avec $\vec{z}_1$. On pose $\overrightarrow{AB} = L_2\vec{x}_2$ et α l'angle $(\vec{x}_1,\vec{x}_2)$;
- un avant bras 3 en mouvement de rotation par rapport à 2 autour de l'axe $(B,\vec{z}_2)$. On lui associe un repère $(B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$, avec le vecteur $\vec{z}_3$ confondu à chaque instant avec $\vec{z}_2$. On pose $\overrightarrow{BC} = L_3\vec{x}_3$ et β l'angle $(\vec{x}_2,\vec{x}_3)$.



La description du mécanisme permet d'écrire les torseurs cinématiques associés aux mouvements 2/1 et 3/2

$$\mathcal{V}(2/1) = {}_A\begin{cases}\dot{\alpha}\vec{z}_1\\ \vec{0}\end{cases} \qquad \mathcal{V}(3/2) = {}_B\begin{cases}\dot{\beta}\vec{z}_2\\ \vec{0}\end{cases}$$





Alors que l'observateur attache assez naturellement le point C au solide 3, il est nécessaire de faire l'effort d'imaginer le mouvement de ce point C lié au solide 2 en fixant l'angle β pour comprendre le vecteur $\overrightarrow{V}(C,2/1)$. Sans détailler ici les calculs, on trouve

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V}(C,3/2) &= \dot{\beta} L_3\, \vec{y}_3\\
\overrightarrow{V}(C,2/1) &= \dot{\alpha}\,(L_2\, \vec{y}_2 + L_3\, \vec{y}_3)\\
\overrightarrow{V}(C,3/1) &= \overrightarrow{V}(C,3/2) + \overrightarrow{V}(C,2/1)
\end{aligned}$$

Composition des vecteurs rotations

Soient trois mouvements qui se composent, par exemple 3/2, 3/1 et 2/1, et deux points quelconques A et B.
Il est possible d'écrire deux relations de composition des vecteurs vitesses

$$\overrightarrow{V}(A,3/1) = \overrightarrow{V}(A,3/2) + \overrightarrow{V}(A,2/1) \tag{19}$$

$$\overrightarrow{V}(B,3/1) = \overrightarrow{V}(B,3/2) + \overrightarrow{V}(B,2/1) \tag{20}$$

et trois formules de changement de points, une par mouvement

$$\overrightarrow{V}(B,3/1) = \overrightarrow{V}(A,3/1) + \overrightarrow{\Omega}(3/1) \wedge \overrightarrow{AB} \tag{21}$$

$$\overrightarrow{V}(B,3/2) = \overrightarrow{V}(A,3/2) + \overrightarrow{\Omega}(3/2) \wedge \overrightarrow{AB} \tag{22}$$

$$\overrightarrow{V}(B,2/1) = \overrightarrow{V}(A,2/1) + \overrightarrow{\Omega}(2/1) \wedge \overrightarrow{AB} \tag{23}$$

En remplaçant dans l'équation 20 les vecteurs vitesses à partir des trois équations 21, 22 et 23, puis en simplifiant grâce à l'équation 19, on obtient

$$\forall A, \forall B,\ \overrightarrow{\Omega}(3/1) \wedge \overrightarrow{AB} = \left(\overrightarrow{\Omega}(3/2) + \overrightarrow{\Omega}(2/1)\right) \wedge \overrightarrow{AB} \tag{24}$$

L'égalité des deux produits vectoriels est vérifiée quelques soient les points A et B, on en déduit la relation de composition des vecteurs rotations

$$\overrightarrow{\Omega}(3/1) = \overrightarrow{\Omega}(3/2) + \overrightarrow{\Omega}(2/1) \tag{25}$$

Définition

On appelle **composition des vecteurs rotations** la relation entre les vecteurs rotations de trois mouvements qui se composent.

$$\forall\, i,\ j \text{ et } k \text{ solides},\ \overrightarrow{\Omega}(i/k) = \overrightarrow{\Omega}(i/j) + \overrightarrow{\Omega}(j/k) \tag{26}$$

Composition des torseurs cinématiques

À la vue des résultats des deux paragraphes précédents, on en déduit immédiatement que la composition des mouvements se traduit par une somme de torseurs cinématiques.

$$\mathcal{V}(3/1) = \mathcal{V}(3/2) + \mathcal{V}(2/1) \tag{27}$$

Définition

On appelle **composition des torseurs cinématiques** la relation torsorielle entre trois mouvements qui se composent

$$\forall\, i,\ j \text{ et } k \text{ solides},\ \mathcal{V}(i/k) = \mathcal{V}(i/j) + \mathcal{V}(j/k) \tag{28}$$

Cours 2 : cinématique graphique

1.DEFINITION :

- Le mouvement plan d'un solide par rapport à un autre est un cas particulier pour la cinématique des solides.
- Deux solides S_1 et S_2 sont en mouvement plan sur plan si il existe un plan Π (par exemple le plan $(\vec{x},\vec{y})$ (réel ou fictif) tel que : tout les mouvements se font parallèlement à ce plan : c'est-à-dire

$$\begin{cases} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} \perp \Pi & \Rightarrow \quad \begin{cases} \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)}.\vec{x}=0 \\ \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)}.\vec{y}=0 \end{cases} \\ \forall P \in S_2 \;, \overrightarrow{V(P\in S_2/S_1)} \in \Pi & \Rightarrow \quad \overrightarrow{V(P\in S_2/S_1)}.\vec{z}=0 \end{cases}$$

- L'étude se fait dans le plan Π ou dans un plan parallèle et dans ce cas on peut faire une résolution graphique.
- le torseur cinématique est dans le cas général $\left\{V(S_2/S_1)\right\} = \left\{\begin{matrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{matrix} \middle| \begin{matrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{matrix}\right\}_P$ ou P est un point quelconque du plan Π. Alors on a pour le mouvement plan (dans le cas du plan $\Pi = (\vec{x},\vec{y})$) :

$$\begin{cases} \omega_x = 0 \\ \omega_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases} \; et \;\; dans \; ce \; cas \; ecrit \; ce \; torseur \;\; \left\{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \omega_z \end{matrix} \middle| \begin{matrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{matrix}\right\}_P \quad ou \quad meme \quad \left\{\omega \middle| \begin{matrix} v_x \\ v_y \end{matrix}\right\}_P$$

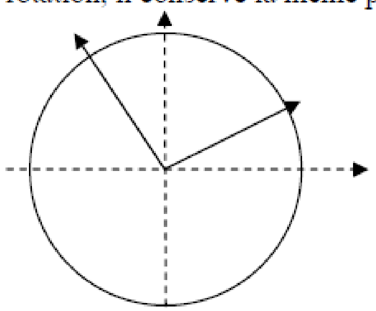
- Exemple :
  - translation
  - rotation autour d'un axe fixe.

2.CENTRE INSTANTANNE DE ROTATION : C.I.R :

2.1. Définition :

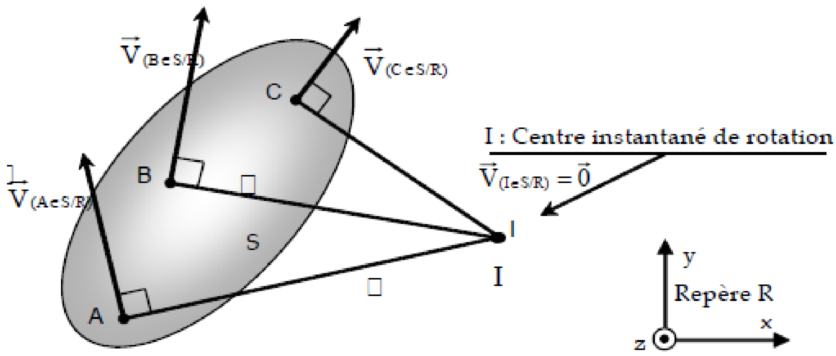
Pour S_2 en mouvement plan par rapport au repère R, il existe un point I et un seul ayant une vitesse nulle à l'instant considéré, ce point est le centre instantané de rotation.
Si on change d'instant,il se peut que ce point change de position.
Si on note I le C.I.R de S_2 / R. Alors $\overrightarrow{V(I \in S_2/R)} = \vec{0}$

Exemple : - dans le mouvement de rotation autour d'un axe fixe le CIR est le centre de rotation, il conserve la même position pendant le temps.



2.2. Détermination du CIR :

Le CIR se trouve à l'intersection des perpendiculaires aux supports des vitesses du solide. Il suffit donc de connaître les supports de deux vitesses pour retrouver le CIR à l'instant considéré.



- On peut remarquer que le mouvement plan est la rotation d'axe $(I, \vec{z})$ (passant par le CIR est perpendiculaire au plan d'étude) mais seulement à l'instant considéré (instant de la position de la figure).
- si on connaît le CIR et une vitesse du solide, alors on peut déterminer graphiquement toutes les vitesses de ce solide.
- Puisque I est le Centre Instantané de Rotation, nous pouvons en déduire que:

$$\left\|\vec{V}_{(A\in S/R)}\right\| = IA \times \omega_{S/R} \quad et \quad \left\|\vec{V}_{(B\in S/R)}\right\| = IB \times \omega_{S/R} \quad \text{d'où :} \quad \left\|\vec{V}_{(A\in S/R)}\right\| = \frac{IA}{IB} \times \left\|\vec{V}_{(B\in S/R)}\right\|$$

Grâce à cette relations, nous sommes capable de déterminer la norme d'une des vitesses inconnues.

Remarques :

*Lorsqu'une pièce subit un **mouvement de translation**, le CIR est rejeté à « l'infini ». De toute façon, il n'y pas de quoi s'affoler, car dans un mouvement de translation tous les points ont la même vitesse.*

*Lorsqu'une pièce subit un **mouvement de rotation**, le CIR se confond avec le Centre de Rotation. C'est une évidence, mais cette remarque dépanne souvent…*

3.THEOREME DES TROIS PLANS :

Si S_1 , S_2 et S_3 sont en mouvements plans l'un par rapport à l'autre parallèlement à un même plan , alors les trois CIR I_{12}, I_{13} *et* I_{23} sont alignés.

Démonstration :

$$I_{12} : CIR\ du\ mvmnt\ de\ 2/1 \Rightarrow \overrightarrow{V(I_{12} \in 2/1)} = \vec{0} = \overrightarrow{V(I_{12} \in 2/3)} + \overrightarrow{V(I_{12} \in 3/1)}$$

$$I_{23} : CIR\ du\ mvmnt\ de\ 3/2 \Rightarrow \overrightarrow{V(I_{23} \in 3/2)} = \vec{0}$$

$$I_{13} : CIR\ du\ mvmnt\ de\ 3/1 \Rightarrow \overrightarrow{V(I_{13} \in 3/1)} = \vec{0}$$

$$or \quad \overrightarrow{V(I_{12} \in 2/3)} = \overrightarrow{V(I_{23} \in 2/3)} + \overrightarrow{I_{12}I_{23}} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/3)} = \overrightarrow{I_{12}I_{23}} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/3)}$$

$$et \quad \overrightarrow{V(I_{12} \in 3/1)} = \overrightarrow{V(I_{13} \in 3/1)} + \overrightarrow{I_{12}I_{13}} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/1)} = \overrightarrow{I_{12}I_{13}} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/1)}$$

$$d'ou \quad \overrightarrow{I_{12}I_{23}} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/3)} = -\overrightarrow{I_{12}I_{13}} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/1)}$$

$$il\ faut\ montrer\ que\ \overrightarrow{I_{12}I_{23}} \wedge \overrightarrow{I_{12}I_{13}} = \vec{0}$$

$$on\ peut\ poser \quad \overrightarrow{\Omega(3/1)} = k.\overrightarrow{\Omega(2/3)} \quad (les\ deux\ sont \perp au\ plan\ d'étude)$$

$$d'ou\,(\underbrace{\overrightarrow{I_{12}I_{23}}+k.\overrightarrow{I_{12}I_{13}}}_{\in\Pi})\wedge\underbrace{\overrightarrow{\Omega(2/3)}}_{\perp\Pi}=\vec{0}$$

$$donc\quad \overrightarrow{I_{12}I_{23}}+k.\overrightarrow{I_{12}I_{13}}=\vec{0}$$

$$d'ou\quad \overrightarrow{I_{12}I_{23}}=k'\overrightarrow{I_{12}I_{13}}\quad (les\ deux\ vecteurs\ sont\ colineaires\ et\ les\ I_{12}, I_{23}\ et\ I_{13}\ alignés)$$

4. LA BASE ET LA ROULANTE :

Soit S_2 auquel est lié R_2 en mouvement plan par rapport à S_1 auquel est lié R_1 (ceci suppose que S_1 est pris comme référence).

- **la base est le lieu (trajectoire) au cours du temps du CIR dans R_1.**
- **la roulante est le lieu (trajectoire) au cours du temps du CIR dans R_2.**

Remarques:

- à l'instant « t » considéré ,la base et la roulante sont tangentes au CIR et l'une roule sans glisser sur l'autre au cours du mouvement.
- Le mouvement plan de deux solides peut être réduit à un R.S.G de la roulante sur la base.

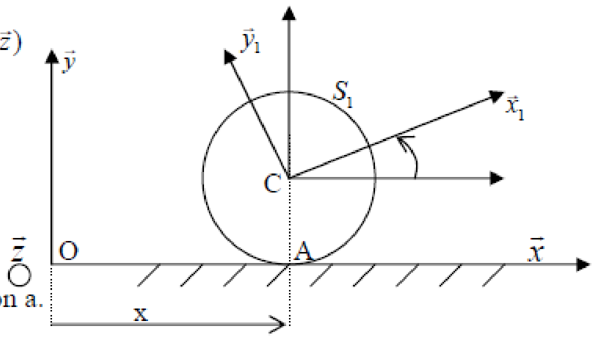
5. APPLICATIONS:

5.1. Cylindre en RSG sur un plan :

le cylindre S_1 roule sans glisser sur le sol $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$\overrightarrow{CA}=-a.\vec{y}$ et $\overrightarrow{OA}=x.\vec{x}$

- Donner le CIR.
- Donner la base et la roulante.



Réponse :

- le CIR est le point A. (RSG).
- La base c'est l'axe $(O,\vec{x})$.
- La roulante est le cercle de centre C et de rayon a.

5.2. Echelle contre un mur :

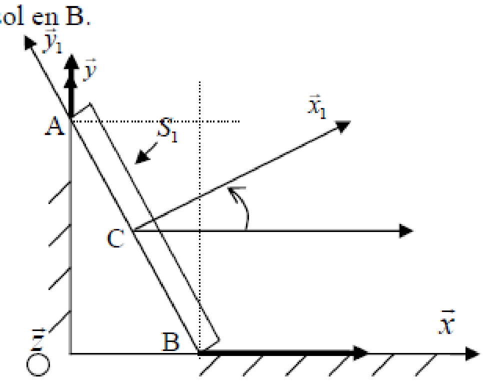
L'échelle S_1 reste en contact avec le mur en A et avec le sol en B.

Le sol et le mur sont notés $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

L'échelle glisse en A et B.

On donne $\overrightarrow{BA}=L.\vec{y}_1$ et $\overrightarrow{BC}=0.5L.\vec{y}_1$

- Déterminer le CIR.
- Déterminer la base.
- Déterminer la roulante.



Réponse :

- voir la figure.
- La base :

On a $\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OB}^2=L^2 \Rightarrow \quad X^2+Y^2=L^2 \quad \Rightarrow \dfrac{1}{4}$ *du cercle de centre O et rayon L.*

- La roulante :

On a $\overrightarrow{CI}^2=(0.5L)^2 \Rightarrow \quad CI^2=\left(\dfrac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{1}{2}$ *cercle de centre C et rayon* $\dfrac{L}{2}$.

6. CINEMATIQUE GRAPHIQUE:

La résolution graphique des problèmes 2D en cinématique du solide à l'avantage d'être rapide mais les résultats ne sont que des estimations à cause de l'imprécision des traçages.

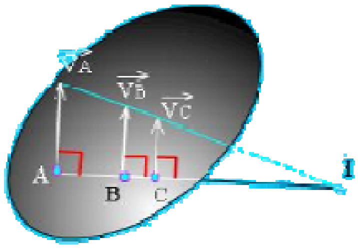
On utilise en général les propriétés suivantes :

- l' equi -projectivité parfois appliquée deux fois.

- Composition des vitesses (somme graphique des vecteurs).
- Propriétés du CIR, triangle des vitesses,
- …etc.

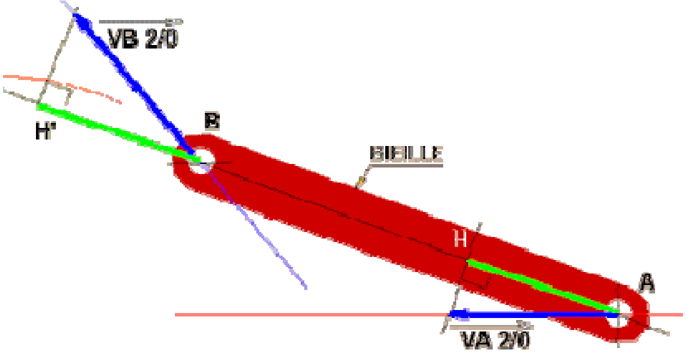
7. REMARQUES :

- Dans le cas d'une rotation, les modules des vecteurs vitesses sont ***proportionnels aux longueurs des rayons*** allant vers le centre de rotation. (Triangle des vitesses)



- Equiprojectivité :

La propriété d'équiprojectivité est l'une des propriétés les plus importantes de la cinématique du solide. Abordée à l'occasion des mouvements plan, elle est également vérifiée pour des mouvements quelconques de solides dans l'espace.



Soit A et B deux points d'un solide en mouvement plan quelconque.

En traduisant que la distance [AB] est constante, nous obtenons la relation :

$$\boxed{\overrightarrow{V_{A,2/0}}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{V_{B,2/0}}.\overrightarrow{AB}}$$

Autrement dit la projection orthogonale de $\overrightarrow{V_{A,2/0}}$ est égale à la projection orthogonale de $\overrightarrow{V_{B,2/0}}$: *AH=BH'*

Ordre de Construction :

- TRACER la droite (AB),
- PROJETER orthogonalement $\overrightarrow{V_{A,2/0}}$ *sur la (AB),*
- MESURER [AH],
- REPORTER le point H' tel que [AH]=[BH'],
- TRACER la droite $\perp$ (AB) passant par H',
- l'intersection de cette droite avec $\Delta\overrightarrow{V_{B,2/0}}$ vous donne $\overrightarrow{V_{B,2/0}}$.

Attention !!

L'écriture de l'expression d'une vitesse porte avec elle beaucoup de détails qui participent même dans la résolution du problème posé.

Par exemple dans l'expression $\overrightarrow{V(A \in S/R)}$ il faut distinguer :

- **le point considéré. Point M du solide S (une vitesse se trace a partir de son point).**
- **Le solide considéré (solide S, qui fait son mouvement en emportant avec lui son point M).**
- **Le mouvement considéré (mouvement de S par rapport à R).**
- **Le repère par rapport auquel se fait le mouvement considéré (repère R)**